DOI: 10.37102/1992-4429\_2022\_40\_02\_05 https://elibrary.ru/psxaxc

## ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОДВОДНОГО АППАРАТА ПОВЫШЕННОЙ МАНЕВРЕННОСТИ, РАБОТОСПОСОБНОЙ ВО ВСЕМ ДИАПАЗОНЕ УГЛОВ ОРИЕНТАЦИИ

Е.А. Гаврилина

На практике наблюдается тенденция роста количества задач, требующих повышенной манёвренности необитаемых подводных аппаратов (НПА). Однако методика построения систем управления для таких НПА проработана недостаточно. В частности, работа традиционных систем управления, основанных на углах Эйлера-Крылова (курс, дифферент, крен), ограничена при критических углах дифферента (±90°) ввиду вырождения кинематических уравнений и проблемы неоднозначности описания ориентации. В то же время системам управления на основе других кинематических параметров свойственна проблема ухудшения качества работы при больших углах наклона (дифферента и крена). В результате встает вопрос о разработке подхода, обеспечивающего требуемое качество работы НПА во всем диапазоне углов ориентации. Для решения проблемы в работе предложен подход к построению системы управления, основанной на углах Эйлера-Крылова, и разработаны алгоритмы, обеспечивающие работспособность системы при любых углах ориентации. Работоспособность подхода проверена на нелинейной модели НПА Аква-МО на специальных тестовых движениях, проверяющих работу системы при критических наклонах по дифференту, а также при выполнении больших пространственных разворотов. Полученные результаты подтверждают работоспособность предложенного подхода. Дополнительно проведен эксперимент, который подтверждает, что в ряде случаев подход на основе углов Эйлера-Крылова имеет преимущество перед подходом, основанным на кватернионах. Результаты, полученные в работе, способствуют повышению качества работы систем управления высокоманевренных НПА, использованию накопленного опыта при разработке новых систем, а также расширению рабочих углов уже разработанных систем управления.

Ключевые слова: АНПА, ТНПА, H-inf, гибридные системы, системы управления ориентацией, углы Эйлера, кватернионы, повышенная маневренность, робастные системы

## 1. Введение

В настоящее время необитаемые подводные аппараты (НПА) активно используются для проведения военных, инженерных и исследовательских подводных работ. Традиционно НПА эксплуатируются при близких к нулю значениях углов наклона (дифферента и крена). Однако на практике наблюдается тенденция роста количества задач, требующих повышенной манёвренности (управляемости при любых углах ориентации). К таким задачам относятся: осмотр и идентификация миноподобных объектов, маневрирование и осмотр в условиях ограниченного пространства [1], обследование тоннелей затопленных шахт [2], осмотр и дефектоскопия корпусов судов [3, 4], выполнение эквидистантных манёвров в условиях сложного рельефа [5] и др.

Это означает, что система управления (СУ) НПА повышенной маневренности должна обеспечивать требуемое качество работы при любых наклонах по дифференту и крену. Однако методика разработки таких СУ проработана недостаточно. В частности, традиционно СУ используют углы Эйлера-Крылова (курса, дифферента и крена), вследствие чего имеют ряд особенностей и ограничений [4]:

a) вырождение кинематических уравнений при угле дифферента ±90° [6]; б) неоднозначность определения углов ориентации при угле дифферента  $\pm 90^{\circ}$  [6];

в) ухудшение качества работы с ростом углов наклона [4, 7].

Как доказано в [7], ухудшение качества работы СУ, основанной на углах Эйлера-Крылова, вызвано усилением перекрестных связей между каналами. Для решения проблемы в [7] предложен декомпозирующий алгоритм, а в [4] приведены результаты апробации алгоритма на реальном НПА «Износ». Полученные результаты показывают, что динамические ошибки уменьшены существенно (динамические ошибки в канале крена уменьшены с 50° до 5°), однако из-за неточности определения параметров НПА наблюдаются остаточные взаимовлияния. Для их устранения в [8] предложен подход к синтезу сепаратного канала, гарантирующий низкую чувствительность СУ к перекрестным возмущениям, в результате чего обеспечивается высокое качество работы СУ при больших углах наклона. Однако из-за ограничений (а) и (б) перечисленные подходы неработоспособны при больших наклонах НПА по дифференту, что препятствует их применению для высокоманевренных НПА.

Альтернативным подходом к построению СУ НПА повышенной маневренности является использование кватернионов [1, 2, 9], направляющих косинусов [10] или других кинематических параметров, не имеющих подобных ограничений. При этом не принимается во внимание, что с ростом углов наклона НПА в СУ на основе альтернативных параметров появляются динамические ошибки в каналах дифферента и крена [11], и причина данных явлений не определена. В то же время многие организации накопили опыт разработки подводных систем с использованием углов Эйлера; углы Эйлера интуитивно понятны и используются для отображения ориентации, а также для управления НПА оператором. На текущий момент разработаны алгоритмы обхода кинематических ограничений углов Эйлера [12, 13], которые обеспечивают обход ограничений описания кинематики НПА, однако недостаточны для обеспечения работоспособности СУ при любых углах ориентации. Суммируя сказанное, можно заключить, что на данный момент практически значима разработка алгоритмов, обходящих ограничения углов Эйлера – Крылова, которые позволят расширить рабочие углы уже разработанных систем, а также применить накопленный опыт в области построения СУ для решения новых задач.

Для решения проблемы в работе разрабатывается математическая модель, работоспособная во всем диапазоне углов ориентации, алгоритмы, схема построения гибридной СУ с переключением между подсистемами, основанными на углах Эйлера–Крылова (подсистема 2-3-1) и углах Эйлера (подсистема 2-3-2). Подсистемы 2-3-1 и 2-3-2 соответствуют последовательности поворотов вокруг продольной (1), вертикальной (2) и поперечной (3) осей корпуса аппарата. Разрабатываются алгоритмы, обходящие проблему неоднозначности углов Эйлера, предлагается подход к построению подсистем, обеспечивающий требуемое качество работы при больших углах наклона НПА. Подход основан на алгоритме декомпозиции, предложенном в [7], и подходе к синтезу сепаратного канала, основанном на Н∞ - подходе к синтезу, предложенном в [8] и [14].

Работоспособность предлагаемой СУ проверена в ходе численного эксперимента на специальных тестовых движениях, проверяющих работу системы при критических наклонах по дифференту (±90°), в окрестности зоны переключения, а также при больших пространственных разворотах, полученные результаты сравниваются с работой СУ на основе кватернионов. Кроме того, в работе проводится эксперимент, который показывает, что к СУ, основанной на кватернионах, необходимо предъявлять более жесткие требования по точности, в сравнении с СУ на основе углов Эйлера.

Работа структурирована следующим образом: математическая модель НПА описана в разделе II. В разделе III исследуются особенности использования кватернионов. Подход к построению СУ описан в разделе IV, а результаты численных экспериментов приведены в разделе V.

### 2. Математическая модель

Математическая модель должна качественно отражать особенности НПА как объекта управления, при этом оставаться применимой для аналитических исследований. Математическая модель НПА включает в себя модель кинематики, динамики НПА и движителей. Для описания кинематики НПА в работе используются кватернионы, углы Эйлера–Крылова [6] (последовательность поворотов 2-3-1 или курс, дифферент, крен), а также углы Эйлера [6] (последовательность поворотов 2-3-2 или прецессия, нутация, собственное вращение). Рассматривается вопрос расчета углов Эйлера в особой точке.

### Системы координат

Базовая система координат  $Ox_{g_{g_{g_{g}}}}z_{g}$  задана следующим образом: вершина O совмещена с центром

масс НПА (полюсом), ось 
$$Ox_g$$
 направлена на север по  
касательной к меридиану,  $Oz_g$  – по касательной к па-  
раллели на восток, ось  $Oy_g$  – вдоль вертикали места  
вверх. Базовая система координат перемещается с  
НПА, однако не изменяет своей ориентации. Полюс  
связанной с НПА системы координат  $Oxyz$ , также  
как и  $Ox_g y_g z_g$ , совпадает с центром масс НПА, ось  $Ox$   
направлена вдоль продольной оси в носовую часть  
аппарата, ось  $Oy$  лежит в диаметральной плоскости  
НПА и направлена вверх, ось  $Oz$  направлена на пра-  
вый борт.

## Углы Эйлера

Углы Эйлера описывают ориентацию системы координат, связанной с НПА, относительно базовой системы координат как результат трёх последовательных поворотов. Традиционно для НПА используют последовательность 2-3-1, т.е. углы Эйлера–Крылова. Первым выполняется поворот на угол курса  $\psi$  вокруг оси  $Oy_g$ , вторым – на угол дифферента  $\vartheta$  вокруг нового положения оси Oz, третьим – на угол крена  $\gamma$  вокруг оси Ox НПА. Кинематические уравнения НПА для углов Эйлера-Крылова имеют вид [15]:

$$\dot{\eta} = P(\vartheta, \gamma) \cdot \nu, \tag{1}$$

где  $P(\mathcal{G},\gamma) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\cos\gamma}{\cos\vartheta} & \frac{-\sin\gamma}{\cos\vartheta} \\ 0 & \sin\gamma & \cos\gamma \\ 1 & -\tan\vartheta\cos\gamma & \tan\vartheta\sin\gamma \end{bmatrix}$  – матрица

Эйлера, описывающая преобразование вектора угловых скоростей  $v = \begin{bmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix}^T$  относительно осей НПА *Ох, Оу, Оz* в вектор  $\dot{\eta} = \begin{bmatrix} \dot{\psi} & \dot{\vartheta} & \dot{\gamma} \end{bmatrix}^T$  угловых скоростей НПА по курсу, дифференту и крену соответственно. Уравнения (1) вырождаются при дифференте ± 90 °.

Проблема вырождения кинематических уравнений свойственна любой последовательности поворотов углов Эйлера [6]. Однако углы Эйлера с разными последовательностями поворотов могут иметь разное расположение особых точек [12]. В результате одной из стратегий обхода проблемы вырождения кинематических уравнений является переключение между последовательностями 2-3-1 и 2-3-2 поворотов углов Эйлера, особые точки которы не совпадают.

Последовательность 2-3-2 задает положение НПА как последовательные повороты на угол прецессии  $\psi$  вокруг оси  $Oy_g$ , затем на угол нутации  $\Theta$ вокруг промежуточного положения оси Oz и поворот на угол собственного вращения  $\varphi$  вокруг оси Oy. Кинематические уравнения для последовательности поворотов 2-3-2 имеют вид:

$$\eta_2 = P_2(\Theta, \varphi) \cdot \nu, \qquad (2)$$

где 
$$P_2(\Theta, \varphi) = \begin{bmatrix} \frac{\cos\varphi}{\sin\Theta} & 0 & \frac{\sin\varphi}{\sin\Theta} \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \\ -ctg \Theta \cos\varphi & 1 & ctg \Theta \sin\varphi \end{bmatrix}$$
 – матри-

ца Эйлера, описывающая преобразование вектора угловых скоростей *v* в вектор  $\dot{\eta}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \dot{\Theta} \dot{\Psi} \end{bmatrix}^T - угловых$ скоростей по углам прецессии  $\Psi$ , нутации  $\Theta$  и собственного вращения  $\varphi$  соответственно. Уравнения (2) вырождаются при  $\Theta = 0^\circ$  и  $\Theta = 180^\circ$ , что соответствует нулевому наклону НПА по дифференту.

Переключение между уравнениями (1) и (2) происходит на основе анализа параметров матрицы направляющих косинусов. Матрица направляющих косинусов, которая описывает положение системы координат  $Ox_g y_g z_g$  относительно Oxyz, для углов Эйлера–Крылова имеет вид [15]:

$$C = \begin{bmatrix} c\psi c\upsilon & s\upsilon & -s\psi c\upsilon \\ s\gamma s\psi - c\gamma c\psi s\upsilon & c\gamma c\upsilon & s\gamma c\psi + c\gamma s\psi s\upsilon \\ c\gamma s\psi + s\gamma c\psi s\upsilon & -s\gamma c\upsilon & c\gamma c\psi - s\psi s\gamma s\upsilon \end{bmatrix}, (3)$$

где s – синус, а c – косинус.

Матрица направляющих косинусов (3) для углов Эйлера с последовательностью поворотов 2-3-2 имеет вид:

$$C = \begin{bmatrix} c\varphi c\Psi c\Theta - s\varphi s\Psi & c\varphi s\Theta & -c\Psi s\varphi - c\varphi s\Psi c\Theta \\ -c\Psi s\Theta & c\Theta & s\Psi s\Theta \\ c\varphi s\Psi + c\Psi s\varphi c\Theta & s\varphi s\Theta & c\varphi c\Psi - s\varphi s\Psi c\Theta \end{bmatrix}$$
(4)

Из выражения (3) углы Эйлера-Крылова можно вычислить следующим образом [13]:

$$\begin{split} \vartheta &= atan2\Big(c_{12}, \sigma\sqrt{1-c_{12}^2}\Big),\\ \psi &= atan2\Big(-\sigma c_{13}, \sigma c_{11}\Big),\\ \gamma &= atan2\Big(-\sigma c_{32}, \sigma c_{22}\Big), \end{split} \tag{5}$$

где  $c_{ij}$  – элемент і-й строки, j-го столбца матрицы C,  $\sigma$  – параметр, который принимает значения ±1.

Аналогично из (4) получены выражения для расчета углов Эйлера:

$$\Theta = atan2 \left( \sigma \sqrt{1 - c_{22}^2}, c_{22} \right),$$
  

$$\Psi = atan2 \left( \sigma c_{23}, -\sigma c_{12} \right),$$
  

$$\varphi = atan2 \left( \sigma c_{32}, \sigma c_{12} \right).$$
(6)

В зависимости от знака σ, который был принят при расчетах (5), (6), будут получены две разные триады углов, соответствующие одному и тому же положению. Данная особенность представляет собой проблему неоднозначности описания ориентации углов Эйлера. Например, для углов Эйлера–Крылова обозначим триады следующим образом:  $T_{\sigma^+} = \{\psi, \vartheta, \gamma\}$  (соответствует  $\sigma = 1$ ) и  $T_{\sigma^-} = \{\psi', \vartheta', \gamma'\}$  (соответствует  $\sigma = -1$ ). В [13] показано, что для углов из  $T_{\sigma^+}$  и  $T_{\sigma^-}$  будет выполняться следующее соотношение:

$$\psi' = \psi - \pi sign(\psi),$$
  

$$\vartheta' = \pi sign(\vartheta) - \vartheta,$$
  

$$\gamma' = \gamma - \pi sign(\gamma).$$
  
(7)

Для решения проблемы неоднозначности в уравнениях, описывающих текущую ориентацию НПА, выбирается триада углов, для которой выполняется условие:

$$A_e = \left|\psi\right| + \left|\vartheta\right| + \left|\gamma\right| \le \frac{3\pi}{2} \,. \tag{8}$$

Аналогичный подход применяется для углов Эйлера с последовательностью поворотов 2-3-2.

## Расчет углов курса, дифферента и крена в особой точке

В особой точке для углов Эйлера–Крылова (т.е. при  $\mathcal{G} = \pm 90^{\circ}$ ) матрица (3) имеет вид:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \sigma & 0 \\ -\sigma \cos(\gamma + \sigma \psi) & 0 & \sin(\gamma + \sigma \psi) \\ \sigma \sin(\gamma + \sigma \psi) & 0 & \cos(\gamma + \sigma \psi) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где  $\sigma = sign(\vartheta)$ . Элемент матрицы направляющих

косинусов  $c_{12} = \pm 1$ , а остальные ненулевые элементы матрицы представляют собой функции синусов или косинусов суммы углов курса и крена. Это связано с тем, что при угле дифферента  $\pm 90^{\circ}$  углы курса и крена неотличимы друг от друга. Для решения проблемы неоднозначности в критической точке угол крена можно принять равным 0, а угол курса рассчитывать следующим образом:

$$\psi = atan2(c_{23}, c_{33}), \ \vartheta = \pm 90^{\circ}.$$
 (10)

## Кватернионы

Референсной системой описания ориентации НПА являются кватернионы. Данные параметры не имеют особых точек и работоспособны при любых положения НПА. Кинематические уравнения для кватернионов имеют вид [15]:

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2}\Lambda \circ \Omega, \tag{11}$$

где  $\Lambda = [\lambda_0 \ \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3]^T$  – нормированный кватернион, задающий текущее положение СК *Охуг* относительно системы координат  $Ox_g y_g z_g \qquad \Omega = [0 \omega_x \omega_y \omega_z]^T$  – кватернионное представление угловой скорости НПА относительно соответствующих осей Ох, Оу, Оz.

При интегрировании уравнения (11) должно выполняться условие нормировки:

$$\lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 1.$$
 (12)

Параметры кватерниона связаны с углами Эйлера–Крылова следующим образом [15]:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \cos\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\psi}{2} - \sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\psi}{2} \\ \cos\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\psi}{2} + \sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\psi}{2} \\ \cos\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\psi}{2} + \sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\psi}{2} \\ \cos\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\psi}{2} - \sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\psi}{2} \end{bmatrix}.$$
(13)

## Динамика НПА

Модель динамики вращательного движения НПА описывается дифференциальными уравнениями, которые в матричной форме имеют вид [16]:

$$M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) = M_{\partial 6\nu} + w_{6}, \quad (14)$$

где  $\dot{v} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z \end{bmatrix}^T$  вектор угловых ускорений НПА в системе координат *Охуz*;  $M - diag \{J_x + \lambda_{44} J_y + \lambda_{55} J_z + \lambda_{66}\}$  – матрица массоинерционных характеристик НПА и присоединенной жидкости,  $J_x, J_y, J_z$  – моменты инерции НПА,  $\lambda_{44}, \lambda_{55}, \lambda_{66}$  – присоединенные моменты инерции НПА относительно осей *Ох*, *Оу*, *Оz* соответственно; C(v) – матрица сил и моментов центробежной силы инерции (для НПА и присоединенных масс);

$$D(v) = -diag \begin{cases} C_{\omega_x} + C_{\omega_x | \omega_x |} | \omega_x |, \\ C_{\omega_y} + C_{\omega_y | \omega_y |} | \omega_y |, \\ C_{\omega_z} + C_{\omega_z | \omega_z |} | \omega_z | \end{cases} - \text{матрица гидроди-$$

намических сил сопротивления, где  $C_{\omega_x}, C_{\omega_x | \omega_x |}, C_{\omega_y}, C_{\omega_y | \omega_y |}, C_{\omega_z}, C_{\omega_z | \omega_z |}$  – коэффициенты гидродинамического сопротивления вращательному движению НПА вокруг осей Qx, Qy, Oz соответственно;  $M_{\partial ev} = \begin{bmatrix} M_{\partial ex} & M_{\partial ey} & M_{\partial ez} \end{bmatrix}^T$  – вектор моментов, создаваемых движительно-рулевым комплексом НПА;  $w_s$  – вектор моментов, вызванных внешними возмущениями, которые действуют на НПА (влияние кабеля и т.п.);  $g(\eta)$  – вектор моментов гидростатических сил, действующих на НПА. Так как обязательным требованием для рассматриваемых НПА является минимизация метацентрической высоты, то для упрощения математической модели НПА принято, что центр

масс НПА совпадает с центром объема и на НПА не действуют моменты от гидростатических сил, т.е.  $g(\eta) = 0_{3-1}$ .

Для синтеза и расчета параметров алгоритма декомпозиции необходима линейная модель НПА. Передаточные функции вращательного движения НПА, полученные после линаризации (14), для худшего с точки зрения устойчивости случая (НПА находится в швартовном режиме:  $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$ ):

$$W_{H\Pi Ai}(p) = \frac{\omega_i(p)}{M_{\partial ei}(p)} = \frac{K_{H\Pi Ai}}{T_{H\Pi Ai}p + 1},$$
 (15)

где  $T_{\mathrm{HIIA}i} = \frac{J_i + C_{\dot{\omega}i}}{-C_{\omega i} - 2C_{|\omega i|\omega i}\omega_i^*},$ 

 $K_{\rm HIIAi} = \frac{1}{-C_{\omega i} - 2C_{|\omega i|\omega i}\omega_i^*}, \ i = x, y, z, \ \omega_i^* = 0 - \text{ mapa-}$ 

метр линеаризации, р – параметр Лапласа.

#### Модель движительного комплекса

Динамика движителей, управляющих вращательным движением НПА вокруг соответствующей оси, может быть описана апериодическим звеном 1-го порядка:

$$W_{\partial ej}\left(p\right) = \frac{M_{\partial ej}\left(p\right)}{U_{j}\left(p\right)} = \frac{K_{\partial ej}}{T_{\partial ej}p+1}, j = x, y, z, \qquad (16)$$

где  $K_{\partial ej}$  – коэффициент усиления, а  $T_{\partial ej}$  – постоянная времени винтомоторных агрегатов (двигательнодвижительных устройств на основе гребного винта), управляющих вращением вокруг j-й оси.

С учетом (15), (16) математическая модель вращательного движения НПА вокруг осей связанной системы координат может быть записана в виде:

$$W_{i} = \frac{\omega_{i}(p)}{U_{i}(p)} = W_{\partial \delta i}(p)W_{H\Pi A i}(p), i = x, y, z.$$
(17)

# 3. Особенности использования кватернионов

СУ, основанные на углах Эйлера-Крылова, имеют ограничения при дифференте ±90°, поэтому применяются альтернативные подходы, основанные на других кинематических параметрах. Наибольшее распространение получили СУ, основанные на кватернионах [1, 2, 9, 16].

Однако, как показано в работе [11], качество работы альтернативных подходов может ухудшаться с ростом углов наклона НПА. В частности, когда оператор задает желаемую ориентацию НПА, изменяя заданные углы курса, дифферента и крена, в альтернативных СУ появляются динамические ошибки. В работе [11] высказано предположение, что по аналогии с традиционной СУ проблема вызвана взаимовлияниями между каналами.

Для проверки гипотезы в данной работе предлагается провести эксперимент, в ходе которого моделируется случай, когда каналы не влияют друг на друга и компоненты кватерниона изменяются независимо (т.е. СУ декомпозирована). При этом динамика сепаратного канала управления описывается апериодическим звеном первого порядка. Схема проведения эксперимента приведена на рис. 1.

Желаемые углы курса  $\psi^0$ , дифферента  $\vartheta^0$  и крена  $\gamma^0$  преобразуются в кватернион желаемой ориентации  $\Lambda^0 = \left[\lambda_0^0 \lambda_1^0 \lambda_2^0 \lambda_3^0\right]^T$  в соответствии с (13). Полученные компоненты кватерниона  $\lambda_1^0$ ,  $\lambda_2^0$ ,  $\lambda_3^0$  подаются на вход апериодических звеньев с единичными коэффициентами усиления и постоянными времени  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  соответственно. Полученные на выходе апериодических звеньев компоненты  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  подаются на вход преобразователя кватерниона в углы Эйлера–Крылова. Так как компоненты кватерниона связаны между собой условием нормировки (12), то полученные значения  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$  используются для того, чтобы вычислить значение компонента  $\lambda_0$ .

Полученные компоненты кватерниона используются для расчёта углов Эйлера-Крылова в соответствии с уравнениями [15]:

$$\begin{aligned} \mathcal{G} &= asin(2\lambda_1\lambda_2 + 2\lambda_0\lambda_3), \\ \dot{\nu} &= atan2(-2(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_0\lambda_2), 2\lambda_1^2 + 2\lambda_0^2 - 1), \\ \gamma &= atan2(-2\lambda_2\lambda_3 + 2\lambda_0\lambda_1, 2\lambda_0^2 + 2\lambda_2^2 - 1). \end{aligned}$$
(18)

Тестовое движение, по которому оценивается качество работы СУ, описывает ситуацию, когда НПА



совершает маневр по курсу при наклоне по дифференту. Желаемая ориентация НПА в начальный момент времени описывается вектором  $\eta(0)$ , а желаемая ориентация НПА на десятой секунде моделирования описывается вектором  $\eta(10)$ . Тестовые движения, выбранные постоянные времени и полученные динамические ошибки в каналах дифферента и крена приведены в таблицах 1, 2.

	-	1	2 5	
$ \begin{array}{c} \eta(0) \\ \left[ \begin{array}{c} \psi^0  \mathcal{9}^0  \gamma^0 \end{array} \right] \end{array} $	$ \begin{bmatrix} \eta(10) \\ \psi^0  \mathcal{9}^0  \gamma^0 \end{bmatrix} $	T <sub>i</sub> ,s	$\Delta_{\mathcal{G}},^{0}$	$\Delta_{\gamma},^{0}$
[0 10 0]	[90 10 0]	0.5 1 2	0.7 0.78 0.79	0.36 0.37 0.38
[0 30 0]	[90 30 0]	0.5 1 2	2.4 2.42 2.42	1.27 1.3 1.3
[0 60 0]	[90 60 0]	0.5 1 2	5 5.2 5.2	4.24 4.34 4.34
[0 80 0]	[90 80 0]	0.5 1 2	7.336 7.6 7.62	12.25 12.65 12.65

Таблица 1. Результаты моделирования для случая равных постоянных времени T<sub>1</sub> = T<sub>2</sub> = T<sub>3</sub>

Таблица 2. Результаты моделирования при разных постоянных времени  $T_1 \neq T_2, T_2 = T_3$ 

$\begin{bmatrix} \eta(0) \\ \psi^0  \mathcal{P}^0  \gamma^0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \eta(10) \\ \psi^0  \mathcal{P}^0  \gamma^0 \end{bmatrix}$	T <sub>i</sub> ,s	$\Delta_{\mathcal{G}}^{},^{0}$	$\Delta_{\gamma},^{0}$
[0 60 0]	[90 60 0]	$T_1 = 1$ $T_2 = T_3 = 2$	2.8	18.8
[0 80 0]	[90 80 0]	$T_1 = 1$ $T_2 = T_3 = 2$	5,6	50

Моделирование работы СУ проводилось в два этапа. На начальном этапе рассматривался случай, когда постоянные времени апериодических звеньев были равны друг другу:  $T_1 = T_2 = T_3$ . Данные по этим экспериментам сгруппированы в табл. 1. На следующем этапе проводился эксперимент для случая неравных постоянных времени:  $T_1 \neq T_2$ ,  $T_2 = T_3$ , полученные результаты приведены в табл. 2. Переходные процессы в углах Эйлера-Крылова и кватернионах для случая равных постоянных времени приведены на рис. 2, а и б соответственно.

Полученные результаты показывают, что в СУ, не имеющей взаимовлияний между компонентами кватерниона, присутствуют динамические ошибки, которые увеличиваются с ростом угла дифферента и постоянных времени. Кроме того, динамические ошибки для случая разных постоянных времени  $(T_1 \neq T_2, T_2 = T_3)$  имеют большее значение, в сравнении с результатами, полученными для одинаковых



*Рис.* 2. Переходные процессы в системе с постоянными времени  $T_1 = T_2 = T_3 = 1$ с, представленные в углах Эйлера-Крылова (а) и кватернионах (б)

постоянных времени. Например, в случае равных постоянных времени при наклоне по дифференту 80° динамическая ошибка в канале крена составила ~12.5°, а в канале дифферента ~7.62°. При этом для случая неравных между собой постоянных времени ошибки составили ~50 ° для крена и ~5.6° для дифферента.

Можно заключить, что проблема взаимовлияний между каналами курса, дифферента и крена для СУ, основанной на кватернионах, не связана с наличием взаимных влияний между каналами, а вызвана тем, что углы Эйлера–Крылова связаны с кватернионами уравнением (18). В этом уравнении для вычисления каждого угла используются значения всех компонент кватерниона. То есть динамические ошибки появляются вследствие того, что заданные значения  $\lambda_1^0$ ,  $\lambda_2^0$ ,  $\lambda_3^0$  отслеживаются с недостаточной динамической точностью. Для их исключения необходимо, чтобы все каналы СУ имели достаточное быстродействие для отслеживания заданного управляющего сигнала.

Из этого следует, что СУ, основанной на кватернионах и обеспечивающей работу НПА в режиме отслеживания заданных углов Эйлера-Крылова, необходимо предъявлять дополнительные требования по быстродействию. В тех случаях, когда это трудно достижимо, встает вопрос о расширении рабочих углов СУ, основанной на углах Эйлера-Крылова, и разработке алгоритмов, обходящих ограничения углов Эйлера.

# 4. Построение системы управления на основе углов Эйлера

Традиционно СУ ориентацией, основанные на углах Эйлера, имеют следующие ограничения:

- вырождение кинематических уравнений при угле дифферента ±90° (1) [15, 6];
- неоднозначность описания ориентации (7), переключение угла крена на 180° при наклоне НПА по дифференту, близком к ±90°, а также неотличимость углов курса и крена при наклоне НПА по дифференту на ±90° (9), (10) [6];
- ухудшение качества работы СУ с ростом углов наклона из-за усиления перекрестных связей между каналами и изменений параметров [4, 7].

Данные особенности должны учитываться при проектировании СУ НПА повышенной маневренности. Для решения поставленной задачи предлагается СУ с переключением, схема которой приведена на рис. 3.

СУ включает в себя две подсистемы: основную, использующую углы Эйлера-Крылова (2-3-1 СУ), и вспомогательную, построенную на основе углов Эйлера с последовательностью поворотов 2-3-2 (2-3-2 СУ). Основная подсистема работает при углах дифферента, меньших критического значения. В окрестности критического положения НПА происходит переключение на вспомогательную подсистему. Такой подход обеспечивает решение проблемы вырождения кинематических уравнений.

В каждой из подсистем рассчитываются две триады углов желаемой ориентации и подаются на вход блока критерия минимальной ошибки ориентации. В данном блоке однозначно определяется вектор желаемой ориентации НПА таким образом, чтобы обеспечивалась наименьшая ошибка ориентации по каждому из углов, что предотвращает проблему «раскручивания» НПА. Сформированный вектор желаемой ориентации поступает на вход регулятора подсистемы, который построен на основе алгоритма декомпозиции и регулятора сепаратного канала, обеспечивающего низкую чувствительность СУ к перекрестным возмущениям между каналами. Такой подход обеспечивает высокое качество работы СУ при любых углах наклона.

#### Алгоритм переключения

Оператор задает желаемую ориентацию НПА, изменяя углы Эйлера–Крылова  $\eta^{'0}$ . Как показано на схеме, представленной на рис. 3, данное значение поступает на вход блока алгоритма переключения. В зависимости от величины текущего угла дифферента НПА алгоритм переключения автоматически выбирает подсистему, которая будет формировать управляющие сигналы. Поверхность переключения от подсистемы 2-3-1 к подсистеме 2-3-2 соответствует условию:

$$|\sin\vartheta| > |\sin(\vartheta_{max} + \delta)|, \tag{19}$$

где  $\delta \ge 0$  и выбрано таким, чтобы не нарушалось условие  $\mathcal{G}_{max} + \delta < 90^{\circ}$ , и  $\mathcal{G}_{max}$  выбрано в окрестности критической точки.

Обратный переход от подсистемы 2-3-2 к 2-3-1 происходит по условию:

$$|\cos\varphi\sin\Theta| > |\sin(\vartheta_{max} - \delta)|.$$
 (20)

Введение ненулевого параметра  $\delta$  позволяет избежать явления частых переключений в системе, вызванного шумами измерителей и другими возмущениями.

#### Критерий минимальных ошибок ориентации

Углам Эйлера свойственна проблема неоднозначности, т.е. одну и ту же ориентацию описывают как минимум две триады углов Эйлера (5)–(7). Текущая ориентация НПА рассчитывается в соответствии с



Puc. 3. Схема СУ, не имеющей ограничений на углы наклона

критерием (8), однако это не гарантирует предотвращения проблемы «раскручивания» НПА в процессе работы. Поэтому для выбора заданных значений разработан дополнительный критерий, применение которого гарантирует решение проблемы неоднозначности и предотвращает проблему раскручивания НПА.

На вход подсистем приходят заданные значения ориентации НПА в углах Эйлера–Крылова. Данные значения поступают на вход преобразователя углов Эйлера, в котором, в соответствии с выражениями (5), (6), для значений параметра  $\sigma = \pm 1$  рассчитываются две триады эквивалентных углов Эйлера:  $\eta_{1\sigma-}^0, \eta_{1\sigma-}^0$  – для подсистемы 2-3-1 и  $\eta_{2\sigma+}^0, \eta_{2\sigma-}^0$  – для подсистемы 2-3-2.

Полученные значения используются для расчета двух векторов ошибок ориентации НПА:

$$\varepsilon_{\eta_i j} = \eta_{i j}^0 - \eta_i, \ j = \sigma +, \sigma -, i = 1, 2,$$
 (21)

где  $\varepsilon_{\eta_1 \sigma \pm} = \left[ \varepsilon_{\psi \pm} \varepsilon_{g \pm} \varepsilon_{\gamma \pm} \right]^T$  – векторы ошибок ориентации подсистемы 2-3-1 в каналах курса, дифферента и крена соответственно для значений  $\sigma = \pm 1$ ;  $\varepsilon_{\eta_2 \sigma \pm} = \left[ \varepsilon_{\Theta \pm} \varepsilon_{\theta \pm} \varepsilon_{\varphi \pm} \right]^T$  – векторы ошибок ориентации подсистемы 2-3-2 в каналах прецессии, нутации и собственного вращения соответственно для значений  $\sigma = \pm 1$ .

Для полученных векторов (21) рассчитывается квадратичная норма. Вектор заданных значений, соответствующий наименьшему значению нормы, передается далее на вход регуляторов подсистем управления.

#### Подсистемы управления 2-3-1 и 2-3-2

Подсистемы, обозначенные на рис. 3 СУ-2-3-2 и СУ 2-3-1, имеют аналогичную структуру, общая схема построения подсистем приведена на рис. 4.

Вектор минимальных ошибок ориентации  $\mathcal{E}_{\eta i}$  поступает на вход блока регуляторов сепаратных каналов управлнения ориентацией НПА. Управляющие сигналы по курсу, дифференту и крену (для СУ 2-3-1) или по углам прецессии, нутации и собствен-

ного вращения (для СУ 2-3-2) вычисляются в соответствии с выражением:

$$U_{\eta i} = W_{pee}\left(p\right) \left[\varepsilon_{\eta_{i}j} \dot{\eta}_{i}\right]^{T}, i = 1, 2, \qquad (22)$$

где  $U_{\eta 1} = \begin{bmatrix} U_{\psi} & U_{\vartheta} & U_{\gamma} \end{bmatrix}^{T}$  – вектор управляющих сигналов подсистемы 2-3-1 по курсу, дифференту и крену соответственно;  $U_{\eta 2} = \begin{bmatrix} U_{\psi} & U_{\vartheta} & U_{\gamma} \end{bmatrix}^{T}$  – вектор управляющих сигналов подсистемы 2-3-2 по углам прецессии, нутации и собственного вращения соот ветственно;  $W_{per}(p) = \begin{bmatrix} W_{per1\eta_{i}}(p) & W_{per2\eta_{i}}(p) \end{bmatrix}$ ,  $W_{per1\eta_{1}}(p) = diag \{ W_{per1\psi}(p) & W_{per1\vartheta}(p) & W_{per1\psi}(p) \}$  –  $W_{per1\eta_{2}}(p) = diag \{ W_{per1\psi}(p) & W_{per1\vartheta}(p) & W_{per1\psi}(p) \}$ 

– матрицы регуляторов позиционной обратной связи подсистем 2-3-1 и 2-3-2 соответственно;  $W_{pee2\eta_1}(p) = diag \{W_{pee2\psi}(p)W_{pee2\theta}(p)W_{pee2\gamma}(p)\},\$  $W_{pee2\eta_2}(p) = diag \{W_{pee2\gamma}(p)W_{pee2\theta}(p)W_{pee2\psi}(p)\}$  – матрицы регуляторов скоростной обратной связи подсистем 2-3-1 и 2-3-2 соответственно. В данной работе синтез регуляторов выполняется в соответствии с подходом [8], при этом регуляторы, полученные для подсистемы 2-3-1 используются в сепаратных каналах подсистемы 2-3-2, так как передаточные функции данных каналов совпадают.

Вычисленные управляющие сигналы  $U_{\eta i}$  поступают в декомпозирующий алгоритм  $P_i^{-1}$  [4], [7], на выходе которого формируются управляющие сигналы относительно осей системы координат, связанной с НПА, в соответствии с выражением:

$$U_{\nu} = P_i^{-1} U_{\eta i}, \quad i = 1, 2, \tag{23}$$

где  $U_v = \begin{bmatrix} U_x U_y U_z \end{bmatrix}^T$  – управляющие сигналы, поступающие на движительный комплекс НПА;  $P_i^{-1}$  – декомпозирующая матрица, которая в случае подсистемы 2-3-1 имеет вид [4, 7]:

$$in(\vartheta) \frac{W_{y}'(p)}{W_{y}'(p)} \qquad \qquad 0 \qquad 1$$

$$P_1^{-1}(\vartheta, \gamma) = \cos(\gamma)\cos(\vartheta) \qquad \sin(\gamma)\frac{W_z'(p)}{W_y'(p)} \quad 0$$

S

$$-\sin(\gamma)\cos(\vartheta)\frac{W_{y}'(p)}{W_{z}'(p)} \qquad \cos(\gamma) \qquad 0$$

(24)



*Рис. 4.* Схема построения подсистем 2-3-1, 2-3-

где  $W_x(p)$ ,  $W_y(p)$ ,  $W_z(p)$  – параметры декомпозирующего алгоритма, полученные как оценки передаточных функций  $W_x(p)$ ,  $W_y(p)$ ,  $W_z(p)$  (17) НПА.

В случае подсистемы 2-3-2 декомпозирующая матрица в (23) имеет вид:

$$P_{2}^{-1}(\Theta,\varphi) = \begin{vmatrix} \cos\varphi\sin\theta & -\sin\varphi & 0\\ \cos\varphi & 0 & \frac{W_{x}'(p)}{W_{z}'(p)}\\ \sin\varphi\sin\theta & \cos\varphi\frac{W_{z}'(p)}{W_{y}'(p)} & 0 \end{vmatrix}.$$
(25)

Декомпозирующая матрица  $P_2^{-1}(\Theta, \varphi)$  была получена по аналогии с подходом, изложенным в [7].

#### 5. Результаты моделирования

Проверка работоспособности предложенной СУ проверяется в ходе численных экспериментов в Matlab на нелинейной математической модели НПА «Аква MO». Параметры модели приведены в табл. 3.

Таблица 3. Характеристики НПА «АКВА МО»

i	Т <sub>дві</sub> , с	К <sub>дві</sub> , Н · м / В	$J_i + \lambda_{jj} \ \kappa_{\mathcal{F}} \cdot M^2$	$C_{\omega i1}_{\kappa 2 \cdot M^2}$	$C_{\omega i2},$ кг · $m^2$ / $c$
x	0,15	33	55	120	80
у	0,1	35	280	1200	120
z	0,2	50	323	1200	110

На первом этапе проведен синтез сепаратных каналов, получены параметры алгоритма декомпозиции и коэффициенты закона управления, основанного на кватернионах. На втором этапе проверяется работоспособность СУ, основанной на углах Эйлера, при критических углах ориентации, а также работоспособность СУ на основе кватернионов при больших углах наклона. Для проверки работоспособно-

сти алгоритмов предложены тестовые движения, которые проверяют работу СУ: в окрестности особой точки; на границе области переключения; при поворотах в положении, когда дифферент ±90°; при выполнении больших пространственных разворотов. Для исключения ошибок интерпретации результатов заданная и текущая ориентации НПА одновременно рассчитываются как в углах Эйлера, так и в кватернионах. На заключительном этапе результаты, полученные для разных СУ, сравниваются.

## Синтез системы управления на основе углов Эйлера

Для получения регуляторов сепаратных каналов используется специальная схема Н∞ - синтеза [8], обеспечивающая низкую чувствительность СУ к возмущениям со стороны других каналов. При синтезе к СУ предъявляются следующие требования:

1. Величина динамической ошибки от возмущающих воздействий каналов дифферента и крена ограничена значением  $\Delta = 5^{0}$ ;

2. Полученная СУ должна иметь запасы устойчивости основного и скоростного контуров не менее 10 дБ по амплитуде  $\Delta L$  и 60° по фазе  $\Delta \varphi$ ;

3. Переходный процесс в системе должен соответствовать требованиям к быстродействию, время переходного процесса должно быть менее 3 секунд,  $t_{pee} \leq 3c$ .

При расчете параметров регулятора использовался Matlab-пакет Robust Control Toolbox, основанный на технике линейных матричных неравенств (LMI). Передаточные функции полученных регуляторов приведены в табл. 4. Регуляторы имеют второй порядок. Все каналы управления имеют достаточные запасы устойчивости: более 22 дБ по амплитуде и более 70° по фазе для всех каналов выполняются требования по быстродействию.

В СУ используется упрощенный алгоритм декомпозиции [4]. Получены следующие параметры алгоритма декомпозиции:  $W'_x = 0.288$ ,  $W'_y = 0.042$ ,  $W'_z = 0.028$ . Для гибридной системы управления выбрано значение критического угла дифферента  $\mathcal{B}_{sp} = 84^0$ , а величина параметра  $\delta = 1^0$ .

#### Система упарвления на основе кватернионов

В качестве закона управления выбран закон, приведенный в работе [9]. Управляющий сигнал форми-

Габлица 4. Резуль	гаты синтеза	сепаратных	каналов
-------------------	--------------	------------	---------

$\eta_i$	$W_{perl\eta}$	$W_{per2\eta}$	$\Delta L, \partial E$	$\Delta \varphi,^0$	<i>t<sub>pez</sub></i> , c
γ	$\frac{216(p^2+55p+1266)}{(p+69)(p+24)}$	$\frac{452(p+22)(p+16)p}{(p+69)(p+24)}$	28	82	1.6
ψ	$\frac{94(p^2+38p+447)}{(p+32)(p+9.5)}$	$\frac{339(p^2+18p+81)}{(p+32)(p+9.5)}$	22.5	77	2.2
э	$\frac{108(p^2+46p+741)}{(p+44)(p+14)}$	$\frac{1563(p+13)(p+9)1)}{(p+44)(p+14)}$	26	80	2.6

#### МОДЕЛИ, АЛГОРИТМЫ И ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА



Рис. 6. Переходные процессы при выполнении тестового движения 2, представленные в углах Эйлера-Крылова (а) и кватернионах (б)

руется на движители в соответствии со следующим выражением:

 $U_{\nu} = -K_{d}\nu - K_{p}sgn(\mu_{0})\mu_{\nu}, \qquad (26)$ где  $K_{d} = diag \{K_{dx}, K_{dy}, K_{dz}\}, K_{p} = diag \{K_{px}, K_{py}, K_{pz}\}$ - матрицы коэффициентов СУ;  $\mu = [\mu_{0} \mu_{\nu}]^{T}$  – кватернион ошибки ориентации;  $\mu_{\nu} = [\mu_{1} \mu_{2} \mu_{3}]^{T}$  – векторная часть кватерниона.

Кватернион ошибки ориентации вычисляется следующим образом:

$$\mu = \tilde{\Lambda}^0 \circ \Lambda, \tag{27}$$

где  $\tilde{\Lambda}^0$  – сопряженный кватернион желаемой ориентации НПА, который вычисляется в соответствии с (13);  $\Lambda$  – кватернион текущего положения НПА.

При синтезе СУ получены следующие коэффициенты регуляторов:  $K_d = \{6.3, 37, 18\}, K_p = \{35, 200, 55\}.$ 

#### Результаты выполнения тестовых движений

Разработаны следующие тестовые движения для проверки работы СУ, основанной на углах Эйлера-Крылова:

1) проверка работы в критической точке: стартовое положение  $\eta(0) = [\psi \ \mathcal{G} \ \gamma]^T = [0 \ 0 \ 0]$ , желаемая ориентация в начальный момент-наклон по дифференту 90°, т.е.  $\eta^0(0) = [0 \ 90^0 \ 0]$ , затем на 6-й секунде задается поворот по курсу на 45 °, т.е.  $\eta^0 = \begin{bmatrix} 45^0 & 90^0 & 0 \end{bmatrix}$ , переходные процессы приведены на рис. 5;

2) проверка решения проблемы неоднозначности: желаемая ориентация в начальный момент-наклон по дифференту 90°, т.е.  $\eta^0(0) = \begin{bmatrix} 0 & 90^0 & 0 \end{bmatrix}$ , затем на 6-й секунде задается дополнительное отклонение по дифференту на 85°, т.е.  $\eta^0 = \begin{bmatrix} 180^0 & 5^0 & 180^0 \end{bmatrix}$ , что соответствует ориентации  $\eta^0 = \begin{bmatrix} 0 & 175^0 & 0 \end{bmatrix}$ , переходные процессы приведены на рис. 6.

3) проверка работы в области переключения: желаемая ориентация в начальный момент-наклон по дифференту 90°, т.е.  $\eta^{0}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 90^{0} & 0 \end{bmatrix}$ , затем на 6-й секунде задается дополнительное отклонение по дифференту на 5° и курсу на 45°, т.е.  $\eta^{0} = \begin{bmatrix} 135^{0} & 85^{0} & 180^{0} \end{bmatrix}$ , что соответствует ориентации  $\eta^{0} = \begin{bmatrix} 45^{0} & 95^{0} & 0 \end{bmatrix}$ , переходные процессы приведены на рис. 7.

4) проверка СУ при больших пространственных разворотах: желаемая ориентация по курсу, дифференту и крену изменяется в соответствии со следующим уравнением:

$$\alpha = \pi \sin\left(ft + \varphi_0^{\alpha}\right), \quad \alpha = \psi, \vartheta, \gamma, \quad (28)$$

где f = 0.1, а значение начальной фазы  $\varphi_0^{\psi} = \frac{\pi}{6}, \varphi_0^{\varphi} = 0, \varphi_0^{\gamma} = \frac{\pi}{4}$ . Переходные процессы приведены на рис. 8.



Рис. 5. Переходные процессы при выполнении тестового движения 1, представленные в углах Эйлера-Крылова (а) и кватернионах (б)



Рис. 7. Переходные процессы при выполнении тестового движения 3, представленные в углах Эйлера-Крылова (а) и кватернионах (б)

Результаты выполнения тестовых движений приведены на рис. 5–8, для углов Эйлера–Крылова и кватернионов. Переходные процессы в кватернионах приведены как референсные, для дополнительного подтверждения корректности работы алгоритмов. Полученные переходные процессы имеют требуемое качество и подтверждают работоспособность СУ во всем диапазоне углов ориентации.

Для СУ, основанной на кватернионах, задано тестовое движение, нацеленное на проверку качества работы при больших углах наклона. При выполнении тестового движения в начальный момент желаемая ориентация описывается вектором  $\eta^{0}(0) = \begin{bmatrix} 45^{0} & 85^{0} & 0^{0} \end{bmatrix}$ , на 6-й секунде задается поворот по курсу на 45°, т.е.  $\eta^{0} = \begin{bmatrix} 45^{0} & 85^{0} & 0^{0} \end{bmatrix}$ . Переходные процессы в СУ приведены на рис. 9, *a*. Полученные результаты сравниваются с СУ, основанной на углах Эйлера–Крылова, переходные процессы которой приведены на рис. 9, *б*.

Полученные результаты показывают, что СУ, основанная углах Эйлера-Крылова, имеет меньшие взаимовлияния между каналами при больших наклонах НПА: динамические ошибки в канале крена составили менее 1,5°. При этом СУ, основанная на кватернионах, имеет большие динамические ошибки, в частности, ошибка в канале крена не более 16°.



Рис. 8. Переходные процессы при выполнении тестового движения 4, представленные в (а) углах Эйлера-Крылова, (б) – кватернионах



Рис. 9. Переходные процессы в СУ, основанной на кватернионах (а) и на углах Эйлера (б)

## 6. Заключение

В работе предложен подход к построению СУ ориентацией высокоманевренного НПА, основанный на углах Эйлера, но при этом работоспособный во всем диапазоне углов ориентации. Предложена гибридная СУ с переключением между подсистемами, основанными на углах Эйлера с разными последовательностями поворотов. В основной подсистеме используются углы Эйлера-Крылова (последовательность 2-3-1), а во вспомогательной – углы Эйлера (последовательность 2-3-2). Переключение между подсистемами происходит в окрестности особой точки. Алгоритм переключения имеет гистерезис и нечувствителен к частым переключениям, которые могут быть вызываны шумами сигналов с датчиков.

Подсистемы построены на основе алгоритма декомпозиции [4, 7] и регуляторов сепаратных каналов [8], имеющих низкую чувствительность к перекрестным связям, что обеспечивает сохранение требуемого качества работы СУ с ростом углов наклона НПА. Для решения проблемы неоднозначности и предотвращения «раскручивания» НПА разработан критерий минимальных ошибок ориентации.

Предложенный подход к построению СУ проверен в ходе численных экспериментов на нелинейной математической модели НПА «Аква МО» и сравнивается с подходом, основанным на кватернионах. Для проверки разработано пять тестовых движений, которые проверяют работу СУ при больших углах наклона, в окрестности особой точки, зоне переключения, а также при выполнении больших пространственных разворотов. Результаты численных экспериментов подтвердили работоспособность подхода. Кроме того, показали, что СУ, основанная на углах Эйлера–Крылова имеет лучшее качество в сравнении с СУ, основанной на кватернионах, при выполнении тестовых движений при больших наклонах НПА по дифференту. Динамические ошибки в СУ не превышают 1.5°, что в ~10 раз меньше, чем ошибки в СУ с кватернионами (~16°).

Дополнительно в работе проведено исследование СУ, основанной на кватернионах, в режиме отслеживания заданных углов курса, дифферента и крена. Результаты экспериментов показали, что СУ свойственна проблема увеличения динамических ошибок во время выполнения маневров при больших наклонах НПА по дифференту. Эксперимент, проведенный в работе, опровергает гипотезу о том, что увеличение динамических ошибок вызвано наличием перекрестных связей между каналами СУ, что является дополнительной мотивацией к исследованию подхода, основанного на углах Эйлера.

Результаты, представленные в работе, могут использоваться при проектировании СУ высокоманевренных НПА, а также расширению диапазона рабочих углов СУ, основанных на углах Эйлера, что будет способствовать применению накопленного опыта при разработке СУ НПА повышенной маневренности.

#### ЛИТЕРАТУРА

6. Журавлев В. Ф. Основы теоретической механики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 304 с.

7. Лямина Е.А., Егоров С.А. Особенности построения системы управления угловой ориентацией подводного аппарата для больших углов наклона // Инженерный журнал: наука и инновации. 2018. Вып. 3. http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2018-3-1745

8. Гаврилина Е.А., Честнов В.Н. Синтез системы управления высокоманевренного необитаемого подводного аппарата с использованием Н∞ подхода // Вестн. МГТУ «Станкин». 2022. №1 (60). С. 64–72.

9. Fjellstad O. E. and Fossen T. I. Quaternion Feedback Regulation of Underwater Vehicles // Proceedings of the 3rd IEEE Conference on Control Applications. 1994. Vol. 2. P. 857-862.

10. Duecker D.A., Hackbarth A., Johannink T., Kreuzer E. and Solowjow E. Micro Underwater Vehicle Hydrobatics: A Submerged Furuta Pendulum // 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Brisbane: QLD, 2018. P. 7498–7503.

11. Лямина Е.А. Подходы к построению системы управления угловым положением необитаемого под-водного аппарата без ограничений на углы наклона // Труды Крыловского государственного научного центра. 2018. Специальный выпуск 1. С. 224–234.

12. Singla P., Mortari D. and Junkins J. How to avoid singularity when using Euler angles? Advances in the Astronautical Sciences. 2005. Vol. 119. P. 1409–1426.

13. Ozgoren M. K. Comparative study of attitude control methods based on Euler angles, quaternions, angle-axis pairs and orientation matrices // Transactions of the Institute of Measurement and Control. 2019. Vol. 41, iss. 5. P. 1189–1206.

<sup>1.</sup> Быканова А.Ю., Костенко В.В., Стороженко В.А и др. Малогабаритный ТНПА повышенной маневренности с регулированием остойчивости // Подводные исследования и робототехника. 2019. №3 (29). С. 4–12.

<sup>2.</sup> Fernandez R. A. S., Milošević Z., Dominguez S. и др. Motion Control of Underwater Mine Explorer Robot UX-1: Field Trials // IEEE Access. 2019. Vol. 7. P. 99782-99803.

<sup>3.</sup> Вельтищев В.В., Егоров С.А., Григорьев М.В. и др. Роботизированная технология освидетельствования подводной части судна // Подводные исследования и робототехника. 2016. №1(21). С. 15–24.

<sup>4.</sup> Gavrilina E.A., Chestnov V.N., Kropotov V.N. A Decomposition Algorithm for Attitude Control of the Remotely Operated Vehicle at Large Pitch and Roll Angles // 18th European Control Conference (ECC), IEEE. 2019. P. 3334–3339. doi: 10.23919/ECC.2019.8795751

<sup>5.</sup> Киселев Л.В., Костенко В.В., Медведев А.В., Управление движением и динамика гибридного подводного аппарата при патрулировании морских акваторий по эквидистантным траекториям в сложном рельефе дна // Подводные исследования и робототехника. 2021. №3 (37). С. 46–56.

14. Честнов В.Н. Синтез многомерных систем по инженерным критериям качества на основе Н∞-оптимизации // Автоматика и телемеханика. 2019. № 10. С. 132–152.

15. Матвеев В.В., Распопов В.Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ Электроприбор», 2009. 280 с.

16. Fossen T.I. Marine Control Systems: Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles. Trondheim, Norway, 2020.

## Об авторе

**ГАВРИЛИНА Екатерина Андреевна**, научный сотрудник Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана

Адрес: 141006, г. Мытищи, Олимпийский пр-т, д.23, кв 179

Область научных интересов: системы управления, подводная робототехника, автономные робототехнические системы E-mail: Ekaterina.a.gavrilina@gmail.com

Тел. +7-905-511-13-91

ORCID: 0000-0002-9919-5287

#### **Для цитирования**:

Гаврилина Е.А. ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ СИСТЕМЫ УПРАВ-ЛЕНИЯ ПОДВОДНОГО АППАРАТА ПОВЫШЕННОЙ МАНЕВ-РЕННОСТИ, РАБОТОСПОСОБНОЙ ВО ВСЕМ ДИАПАЗОНЕ УГЛОВ ОРИЕНТАЦИИ // Подводные исследования и робототехника. 2022. № 2 (40). С. 39–53. DOI: 10.37102/1992-4429\_2022\_40\_02\_05. EDN: PSXAXC.



ПОДВОДНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И РОБОТОТЕХНИКА. 2022. № 2 (40) 51